VI

9. gennaio 1729.

BORELLI
Risp. all'
ANGELI
1662

Riccardi, *Bibliot. matematica*, col. 159.

Raro – esemplare appartenuto al matematico Lorenzo Lorenzini, celebre per le sue vicende – (vedi sua firma autografa in calce alla prima carta)

2 genn.° 1905 F. Jacoli

(Nota autografa del prof. Ferdinando Jacoli.)

Lorenzo Lorenzini, matematico fiorentino, nato nel 1652 e m. il 24 aprile 1721, fu imprigionato nel Mastio di Volterra "perchè favoriva un secreto corso di lettere" fra il Principe ereditario Ferdinando e la madre Margherita d'Orléans separata dal granduca Cosimo *III*, suo marito. Restò in carcere vent'anni e morì appena liberato. Ne scrisse la biografia il Fabroni nel vol. XI delle *Vitae italorum*. Il Dizionario di Bassano, male copiato nel Dizionario del Passigli, dà le date della nascita, 5 luglio 1652, dell'arresto, 18 maggio 1681, della morte in Firenze, 25 aprile 1721. Notizie inesatte nel Jacoli, che parla di 11 anni di carcere. Per errore di stampa il Lorenzini si dice morto nel 1711 nella *Biblioteca matematica* del Riccardi, col. 45.

Federico Patetta

161

RISPOSTA DI GIO: ALFONSO BORELLI

Messinese Matematico dello Studio di Pisa

Alle considerazioni fatte sopra alcuni luoghi del suo Libro della Forza della Percossa

DEL R. P. F. STEFANO DE GL' ANGELI Matematico nello Studio di Padoua,

All' Illustrissimo, e Dottissimo Sig.

MICHEL ANGELO RICCI.

Credo, che V. S. Illustrissima auerà molto prima di me veduti certi Dialoghi del Dottissimo Padre Stefano de gl' Angeli, scritti in proposito di certa dimostratione contro il sistema copernicano, & in detto libro si è compiaciuto di considerar quella digressioncella, che io fò alla faccia 108. del mio libro della forza della percossa, doue io considero il moto misto del trasuersale circolare equabile, e del perpẽdicolare verso il centro del cerchio vniformemente accelerato, del qual moto misto mi ricordo hauerne scritto à V. S. Illustrissima da Pisa, prima che il mio libro si stampasse; hora,

A

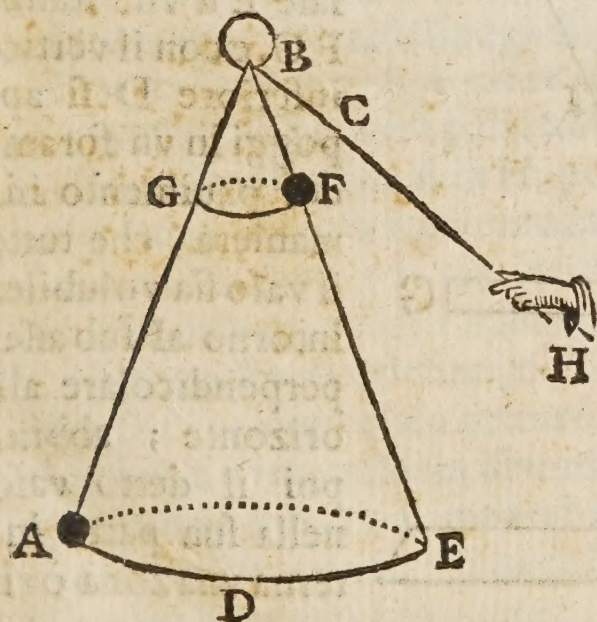
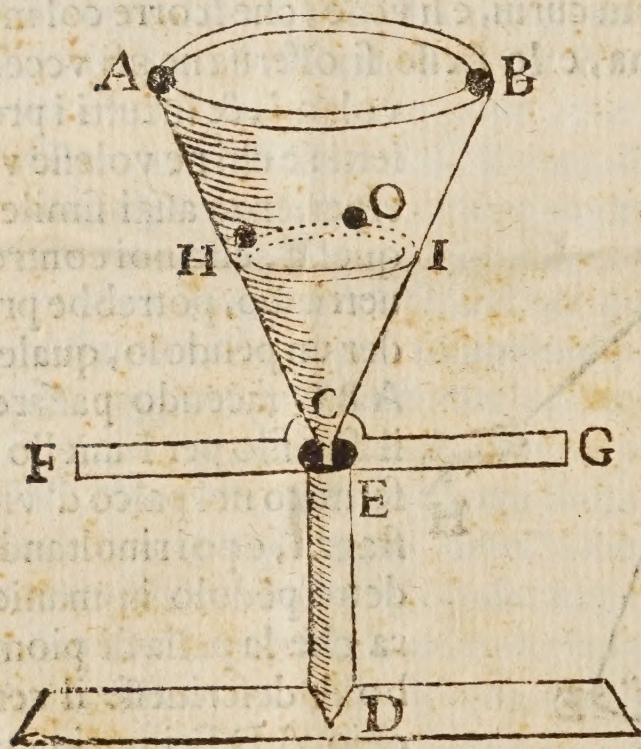
Di Lorenzo [illegible]

ra, perche il detto Padre si è compiacciuto contradire alle cose scritte da me in quella digressione, mi trouo in obligo di soggiunger qualche cosa per sodisfare alle sue istanze, senza partirmi punto dalla parte dottrinale, non stimando io conueneuole à professori di scienze di trasgredir punto le leggi della modestia.

Comincia egli prima alla faccia 29. de' suoi dialoghi à marauigliarsi, che io negassi, che il sopradetto moto misto potesse esser fatto per vna spirale particolare, della quale trattano alcuni moderni. Questi, sà V. S. che io gli scrissi esser il Signore di Fermat, come riferisce il Padre Mersenno alla faccia quinta de' suoi Fenomeni balistici, la dimostrazione della quale, soggiũgne egli, che fù inuiata al Galileo, & è facile, che da questo ne fossero anco mandate copie à suoi amici, come era suo solito; dice anche, che lo spazio di detta spirale al settor del cerchio, che lo comprende auesse la proporzione di 8. à 15, appunto come il Padre Angeli riferisce. Per mostrar poi il detto Padre, che tal linea sia veramente spirale, suppone, che il mobile sia portato dal moto del semidiametro, il qual dice esser nel mobile per participazione, e così viene veramente à mouersi trasuersalmente, non di moto equabile, ma ritardato successiuamente, e ciò dice verificarsi nei graui cadenti, la qual proposizione assume egli solamente per cosa vera, ne si troua altra ragione per confermarla, che la sua mera autorità.

Io per il contrario stimo, esser impossibile, che il moto trasuersale conferito alla pietra dalla supposta vertigine della sommità della torre, ò dell' albero della naue intorno al centro della terra, possa andar ritardandosi secondo che più, e più s' auuicina al centro terrestre, doue finalmente abbia da estinguersi; ma stimo, in qualunque luogo della scesa egli si troui, che debba ritenere il medesimo grado

di ve-

di velocità trafuerfale,e per conſeguenza trapaſſare ſpazzi eguali in tempi eguali in tutti i cerchi, che egli trapaſſa: e queſto parmi, che ſi confermi da molte eſperienze, e dalla retta ragione; perche io veggo, che quell' impeto, e grado di velocità, che ſi è conferito ad vn mobile, ſi può ben egli debilitare, & eſtinguere, ò da vn' impeto contrario, ò da qualche reſiſtenza, che egli incontri, ma non già, perche egli muti direzione; ſi che quel mobile, che ſi muoue col ſuo grado di velocità acquiſtato, ò per linea retta, ò per vna circonferenza di cerchio, quando accada, che egli sẽplicemente muti la via, ò per rifleſſione, ò perche egli incurui il viaggio più di prima, e ſi conduca à cerchi minori, e ſi vede, che ritiene la medeſima velocità, che aueua prima; così vna naue, che abbia concepito, ò dal vento, ò da remi vn determinato grado di velocità, quand' ella ſi riuolta, e deſcriue viaggi più curui, e ſi vede, che ſcorre col medemo impeto di prima, e lo ſteſſo ſi oſſerua ne gli vccelli volanti, & in tutti i proietti: e chi ne voleſſe vn' eſperienza aſſai ſimile à quella, che noi controuertiamo, potrebbe prẽder vn pendolo, quale è A B C facendo paſſare il ſuo filo per l' anello B fermato nel palco d' vna ſtanza, e poi riuoltando detto pẽdolo in maniera che la palla di piombo A deſcriueſſe il cerchio A D E imprimendole vn determinato

grado di velocità, se allora con la mano tirerò il termine del filo C fino ad H in maniera, che la lunghezza del pendolo B F sia la quarta parte di A B, allora vedremo dalla palla F descriuersi il cerchio F G in tempo minore, cioè la metà di quello, che vi uoleua à compire il cerchio A D E, e però la velocità in F G sarà la medesima, che aueua la palla nel sito A, e per il contrario allungandosi il pendolo da G verso A vedremo subito andar ampliando le reuoluzioni della palla, mà però con legge tale, che la velocità in qualunque luogo sarà la medema, tolto però la variazione dependente dall'auuicinamento, che fà la palla A verso il centro del cerchio A D, il che nel caso nostro niente pregiudica. Non meno chiara, & euidente sarà questa esperienza; prendasi vn vaso conico à guisa di bicchiere A B C, il quale sia saldato nell'asse C D, e questo sia infilzato nel forame trasuersale E d'vna stanza F G, e con il vertice inferiore D si appoggi in vn forame del pauimento in maniera, che tutto il vaso sia volubile intorno al suo asse perpendicolare all'orizonte; abbia poi il detto vaso nella sua parte interna vna zona ò risalto circolare H I

nel

nel qual possa sostenersi, e girare vna pallottolina di legno, ò d'altra materia; posta poi la detta palla A nell'orlo supremo del vaso in A cominci à riuoltarsi insieme col vaso fin che arriui ad vna determinata velocità, non hà dubbio, che la palla A acquisterà la medema velocità, che hà l' orlo supremo del uaso A B, cioè si manterrà nel medemo segno, ò termine del lato del cono A H C, ora se in questo stato si lascerà precipitar la pallottolina A fino ad H, e si manterrà la uelocità del uaso nel medemo grado di prima, si uedrà, che la pallottolina arriuata in H non si fermarà nel medemo lato del cono A C, ma scorrerà auanti fino in O in maniera, che l'intero cerchio H I insieme con l' arco H I O sia eguale, e tutta la circonferenza A B segno euidente, che il grado di uelocità, che aueua la pallottolina in A, conseruandosi anco in H, è necessario, che trascorra spazio eguale a quel primo nel medemo tempo d'un intera reuoluzione del uaso, si che, non perche si conduce più al basso alla circonferenza d'un cerchio minore per questo perde punto di quella uelocità, che aueua; Chi uolesse poi assicurarsi, che la uertigine del uaso sia egualmente ueloce, tanto quando la palla è nel orlo A, quanto dopo esser caduta in H, si potrebbe porre un'altra pallottolina in B, la quale, se dopo esser caduta la palla A in H, perseuera l'altra nel termine B nel lato C B senza scorrere auanti, ne rimaner in dietro, sarà segno indubitato, che la uertigine del uaso è uniformemente ueloce, e simile à se medesima.

Da queste esperienze, e da altre, che si potrebbono addure, si uede pur chiaramente, che una uolta, che ad un mobile si è impresso un determinato grado di uelocità per una circonferenza d' un cerchio maggiore, questo non si ritarda punto, perche sia necessitato à scorrer per la circonferenza d' un cerchio minore, e però è forza, che trapassi

spazzi

ſpazj eguali in tempi eguali; la onde ſarà impoſſibile, che il detto graue traſcorrà in tempi eguali archi ſimili nei detti cerchi ineguali.

La ragion poi di tal operazione, ſe io non m' inganno, è aſſai manifeſta, perche la medema uirtù motiua, e però l'impeto, e la uelocità, che poſſiede un medeſimo mobile non impedita, nè contraſtata, è pur neceſſario, che produca i medemi effetti, che ſono i tranſiti per ſpazzi eguali in tempi eguali in qualunque direzione ſiano coſtituiti, ò curui, ò retti, ò refleſſi, ò più, ò meno curui, che ſiano, è anco noto, che nulla importa l' eſſer tal uirtù impreſſa da principio eſterno, qual è quella de' proietti, perche finalmente dopo eſſer ſcompagnato il mobile dal proijciente, quella tal uirtù, ò impeto non è più eſterna, ma rimane intrinſecamente impreſſa non meno che ſe ella foſſe dependente da principio interno, e tanto l' una, quanto l' altra è perſeuerante di ſua natuta, quando non ui ſiano impedimenti, ò cagioni eſterne, che la ritardino.

Venendo ora al caſo noſtro, ſia il centro della terra C, la circonferenza del ſuo equinoziale E H, & A E ſia l' altezza della torre, ò pur dell' Albero della naue, e ſuppoſto, che l' A E inſieme col ſemidiametro E C ritenga il moto circolare per la circonferenza E H, laſciſi cadere dalla cima A un ſaſſo, conueniamo io, & il P. Angeli, che tal ſaſſo ſi parte dalla cima della torre A con due impeti uno communicatoli dalla uertigine precedente del ſemidiametro C E A, e queſto è uniforme, cioè atto à ſcorrer ſpazzi eguali in tempi eguali, l' altro impeto è quello, che egli hà in quanto graue atto à condurſi al centro della terra C con moto uniformemente accelerato, & in queſto ambe due ſiamo d'accordo: ſolo ſi controuerte, ſe il moto traſuerſale nell'accoſtarſi, che fà il ſaſſo uerſo il centro della terra ſi uada ſucceſſiua-

men-

mente ritardando ſecondo la proporzione delle diſtanze del centro, cioè ſuppoſto che l impeto traſuerſale foſſe atto à ſcorrere in un minuto ſecondo d'ora l'arco A F nella cima della torre calando il detto graue più à baſſo, uerbi gratia in G, ſe egli quiui ſcorrerà un'arco minore di F A & eguale à G D in altretanto tempo; e condotto in H, ſe egli trapaſſerà nello ſteſſo tempo un arco eguale ad E I, e così appreſſo finche condotto al centro C ſi eſtingua affatto detto impeto traſuerſale, riducendoſi alla quiete; e ueramente, ſe la linea A E foſſe una canna capace della palla di piōbo cadente, io comprendo beniſſimo, che nel girare che farebbe detta canna inſieme col ſemidiametro C E doueſſe traſportar la detta palla di piombo douunque la canna A E ſi conduceſſe, e però arriuata A E in F I, aurebbe calato la palla A uerſo il centro tutto lo ſpazio F G, & in uirtù del moto traſuerſale aurebbe ſcorſo l'arco D G minore dell'arco A F e nel ſecondo tempo condotto il ſemidiametro con

la ſua canna nel ſito M H e la palla arriuata in H aurebbe in uirtù del moto traſuerſale ſcorſo l'arco I H eguale ad I E, e minore di D G, e così ſucceſſiuamente, e tutto queſto ſeguirebbe per neceſſità, poiche la palla, uoglia, ò non uoglia, è neceſſitata à ſcorrere nella lōghezza del canale A E nel quale è ritenuta prigioniera, e così ſarebbe uero, che il mouimēto traſuerſale della palla

ſa·

ſarebbe realmente lo ſteſſo del ſemidiametro C A, e ſolamente per participazione nella palla, di maniera che non poſſederebbe la detta palla in quanto à ſe vn grado determinato di velocità, ma auerebbe à participarne tanti continuamente mancanti quanti glie ne foſſero comunicati dal ſemidiametro C A, al moto del quale la palla è neceſſitata obedire, & in queſto caſo non hà dubio, che il moto miſto della palla A G H deſcriuerebbe quella ſpirale, che dicono il Signor di Fermat, & il P. Angeli, e così parimente ſeguirebbe, ſe all' vſo geometrico ſi faceſſe vna tal ſuppoſizione, cioè, che il punto A ſcorreſſe ſemplicemēte nel ſemidiametro A C con moto vniformemente accelerato, mentre il ſemidiametro A C ſcorre per la circonferenza del cerchio con moto equabile.

Ma noi non ſiamo in queſto caſo, perche non ſi tratta di queſta ipoteſi aſtratta del moto del punto A per il ſemidiametro A C &c. ma ſi tratta d'vn corpo graue, qual è la palla ſudetta, la quale non è rinchiuſa, nè neceſſitata à ſcorrere per vn canale A E, ma partita dal ſupremo termine A viene collocata *ſui iuris*, & in libertà in vn mezo fluido, ſi che la linea A E è coſa ſemplicemente imaginaria, nè hà eſiſtenza, nè vincoli, nè virtù veruna di ritener la palla, ſi che ella nō ſcappi dalla direzione A E; adunque tutta la forza motiua deue eſſer collocata nella ſteſſa palla graue A, la qual non può obedire ad altra forza, ò neceſſità, che à quella dell'impeto, e velocità che ella poſſiede; ora, ſe tal impeto nella palla doppo eſſere ſpiccata dalla ſommità della torre A, ſi mantiene il medemo, non incontrando oſtacolo ò impedimento veruno, poiche il mezo fluido Aereo ſi ſuppone girare con la ſteſſa velocità della torre A E, adunque è impoſſibile, che il detto impeto della palla ſi debiliti, e ſe non ſcema punto, chi può capire, che in tempi eguali e non abbia

bia anco à trapaſſar ſpazzi eguali ? e per conſequenza l'arco I H douerà eſſer eguale à D G, & allora l'angolo H C I neceſſariamente ſarà maggiore dell'angolo G C A.

A queſto diſcorſo fondato nelle ſopradette eſperienze aurei deſiderato che il P. Angeli ſi foſſe degnato di far reflesſione, il che aurebbe potuto cauar facilmente dalla lettura del mio libro, & aurebbe inſieme ueduto, che queſte mie ragioni, qualunque probabilità elle ſi abbino, non deuono cedere al ſemplice detto, & all'*io giudico*, *io credo*, *io ſtimo*, che reca ſua Reuerenza, ſenza produre altra ragione.

E già che com'ella uede non è tanto ridicolo quello ch'io diſſi, cioè, che la linea curua A G H non ſia ſpirale di quel genere, che fù ſcritto di Francia al Galileo, non tratto già della loro propoſizione in aſtratto, la quale io ſtimo ingegnioſiſſima, e bella, ma del caſo noſtro della caduta della pietra dalla cima della Torre in un mezo fluido, che di queſto ſi tratta, e queſto è il ſuggetto della propoſizione, ora quando quei Signori aueuano aſſegnato alla palla un determinato impeto acquiſtato, il quale di ſua natura è uniforme & indelebile, non aueuano più autorità di aſſumere che il moto traſuerſale dello ſteſſo graue ſi andaſſe ritardando, perche queſto è non perſiſtere, e non ſtar ſaldo nella ſuppoſizion fatta, cioè che la palla doueſſe in tutto il ſuo progreſſo ritenere il medemo grado di uelocità equabile, perche in altra maniera non ſi farebbe la compoſizione di un grado di uelocità traſuerſale con i gradi creſcenti depēdenti dalla grauità, ma ſi farebbe una compoſizione d'innumerabili gradi di uelocità traſuerſali ſucceſſiuamente ritardati con altrettanti della grauità creſcenti.

E queſto parmi che dourebbe baſtare per ſodisfare all'obiezioni del Padre Angeli, perche all'altre coſe minute alle quali e' ſi uà attaccando, ſi può breuemente riſponde-

re, ricordandogli che dallo ſteſſo mio libro cauerà le riſ-
poſte à uarie ſue oppoſizioni, e che ui è gran differenza dal-
le ſcienze pure Geometriche alle miſte, le quali applicano
la Geometria alle coſe naturali qual è l' Aſtronomia, Proſ-
petiua, Muſica, Meccanica, &c. in quelle non è lecito ua-
riar pur una ſillaba, nè punto alterar il ſenſo dalle parole
una uolta proferite, e quando ſi dice la tal quantità è egua-
le ad un' altra, ſi hà ciò ad intender in tutto rigore, doue
che in queſt' altre non è tant'obligo chiamandoſi dimoſtra-
zioni quelle che ſi fanno per uia di Seni, Tangenti, Segan-
ti, Logaritmi, &c. le quali poi bene ſpeſſo rigoroſamente
parlando non ſon uere, & il più che ſi ſuol fare, ſi è l'auuer-
tire, che proſſimamente per quello che può diſcerner il ſen-
ſo anco ſquiſito, quelle tali miſure ſon uere, perche quando
ſi uoleſſe proceder con queſta rigoroſità, biſognerebbe taſ-
ſar' anco Archimede non che Tolomeo per auer egli ſup-
poſto nella Libra, che le direzzioni de' graui ſon parallele
frà di loro; così parimente dichiamo, la linea, che deſcri-
ue il proietto traſuerſale eſſer una Parabola, quand' ella in
rigor Geometrico non è, ne può eſſer tale: ora ſomiglianti
fraſi e modi di parlare biſogna che anche permetta à me in
queſta ſcienza fiſico-matematica il Padre Angeli, perche in
altra maniera il ſuo *ſummum ius* ſarebbe una ſomma ingiu-
ria, e queſto baſti ſenza uenir minutamente ad eſaminar i
luoghi del mio libro che ſua Reuerenza ſi è compiaciuta di
taſſare.

Non poſſo poi diſſimulare la marauiglia, che mi hà reca-
to il ſentir che la medicina contro quelli angoli ineguali
ſotteſi dal moto traſuerſale della palla cadente dalla cima
della torre aſſeriti da me alla faccia 109. ſia la varia inclina-
zione con la quale la palla perquote il pauimento, non ſa-
pendo io capire, che abbia che fare l'vno con l' altro, e qui-
ui

ui veggo chiaramente in quanto infelice concetto mi tenga questo Padre, il quale vuole ch' io abbia ad imparar ora vna cosa che è scritta in migliaia di libri, & è tanto triuiale che la sà anco la feccia de gl' Vomini. Chiegga sua Reuerenza à qualsiuoglia Bombardiere quando i tiri dell' Artiglierie faranno maggior breccia in vna muraglia? gli risponderà prontamente che i tiri perpendicolari faranno la massima percossa, che i tiri paralleli al muro saranno di niũ vigore, ed gl' altri quelli che più s' auuicinaranno all incidenza perpendicolare sopra il muro faranno percossa più veemente, e più valida, che i più remoti dalla perpendicolare, e più inclinati al muro, aurei ben io sperato dalla benignità di sua Reuerenza che si fosse compiacciuto di leggere quello, che io hò aggiunto à questa volgarissima cognizione, e che per quanto io sappia non è stato per ancora scritto da altri, & è questo la misura precisa del momento delle percosse fatte in diuerse inclinazioni, le quali non son misurate da gli angoli dell' incidenza, come tal vno mostra di credere, mà da' loro seni retti: oltre à ciò perche io vedeuo che questo solo non bastaua à sodisfare alla dimostrazione fisico-matematica (della quale non sò perche sua Reuerenza si sia presa autorità d'indouinare chi sia l'Autore, quand io per degni rispetti l' hò voluto tacere) perche prontamente si poteua rispondere, che se al piede della Torre si fosse accomodata vna lastra in maniera eleuata sopra il piano dell orizonte, che la sua superficie riceuesse perpendicolarmẽte la percossa fatta per la via obliqua dalla palla vegnente dalla cima della Torre, allora la forza della percossa sarebbe stata misurata dall' impeto reale e fisico di detta palla per la via curua fatta in tal moto misto, e sarebbe stato egualmente valida in quanto al senso nel piede della Torre, come verso la cima, e così la mia risposta

ſarebbe ſtata infruttuoſa, e ridicola, perciò fù neceſſario prouare che oltre all' inclinazione e ſuo ſeno ſi doueua anco metter à conto il moto non reale, ma reſpettiuo, e perche il pauimento fugge con tanta fretta la percoſſa traſuerſale del ſaſſo cadente, con quanta la ſeguita il medemo ſaſſo, quindi è che l' impeto traſuerſale rieſce di niun ualore, e ſolamente rimane quella percoſſa che uien fatta dal moto perpendicolare; e qui mi ſouuiene di ammirar di nuouo la rigida ſottigliezza di ſua Reuerenza quando mi rinfaccia l'ecceſſo della uelocità traſuerſale del ſaſſo ſopra la uelocità del pauimento; ma Dio buono! quanto ſarà mai queſto ecceſſo, che ei lo ſtima atto à poter far qualche ſenſibile percoſſa? in uerità quando in 4'' d'ora il piede della Torre caminaſſe 6797. piedi Geometrici & $\frac{2}{3}$ la palla col ſuo moto traſuerſale l'auanzarebbe meno d' un dito, trouiamo ora in tutto il genere umano uno che poſſa diſcernere quel minimo & inſenſibil ecceſſo di percoſſa dependente da vn impeto maggiore del primo d' vn ecceſſo minore di $\frac{1}{81564}$.

Paſſo ora à quella parte, che hà ſembianza di grandiſſima aſſurdità in maniera che più toſto viene ſtimata opinione da ciechi, che da ſenſati, dico d'auer io pronunciato, che il ſaſſo cadente dalla cima della Torre, ò pur dalla ſommità dell' Albero della Naue, ſuppoſto che giraſſero per vn cerchio maſſimo intorno al centro della terra (parlando io ſempre per mera ipoteſi) non debba far la ſua caduta per vna linea diſſegnata nella medema Torre perpendicolare alla ſuperficie terreſtre, mà che da quella debba deuiare, ſi che la via apparente di tale ſceſa non vada drittamente al centro, ma declini dal ſemidiametro terreſtre, al quale ſul principio era vnita; e veramente non niego che queſto mi hà adombrato in maniera, che doppo finita la ſtampa del mio libro fù cagione che io alteraſſi, e l' ipoteſi, e la linea

che

che descriue il supradetto graue cadente; mà non per questo si può negare che il commun concetto non dependa da vna semplice imaginazione, e da vn pregiudizio senza auersi già mai preso niuna cura di considerar attentamente quale e quanta dourebbe esser la deuiazion del sasso cadente dalla linea perpendicolare alla superficie terrestre, che se ciò auessero fatto si sarebbero chiariti, che somiliante deuiazione dalla perpendicolare, quando anco ella vi fosse, per la sua piccolezza sarebbe assolutamente inosseruabile, il che per intender chiaramente adopraremo la medema figura di prima, nella quale la Torre A E sia alta 240 piedi, è questa si supponga girare col semidiametro terrestre C E per l' arco E H d' vn minuto primo d'equinoziale in maniera che la Torre si conduca nel sito H M & in questo tempo vna palla di creta cadente dalla sommità A arriuarebbe in terra con due mouimenti col moto trasuersale; il cui impeto equabile è misurato dall' Arco A M e dall' impeto desensiuo per la perpendicolare A E, dico ora che la palla non caderà precisamente nell' infimo sito H della perpendicolare all' orizonte H M dissegnata nella faccia della Torre, ma che anticiparà qualche poco scorrédo per la linea M O douendo esser l' arco E O equale ad A M è però maggiore di E H. deue ora mostrare che il deuiamento H O per la sua pic-

piccolezza non può essere osseruabile; perche posto che il semidiametro terrestre C E sia 23367468 piedi romani antichi & essendo la Torre E A alta 240 de medemi piedi, qual proporzione hà la C E alla A C, tale l'auerà l' arco terrestre E H d' vn minuto primo d'equinoziale all' arco A M trapassato dalla cima della torre, il qual transito si fà in 4'' d' ora : ora supponendosi l' arco H E esser 6797 piedi romani, & $\frac{2}{3}$ verrà l' arco A M, ò pure E O piedi 6797. $\frac{48}{125}$ adunque l'eccesso H O vien ad essere $\frac{8}{125}$ d' vn piede, cioè $\frac{8}{15}$ d' vn' oncia di piede, e però meno d' vn' oncia di piede. Supposto questo, chi è punto versato in questa sorte di esperienze sà benissimo che in vna tanta altezza non vi sono diligenze che bastano à poter sfuggir tutte le difficultà che vi sono, delle quali per darne vn saggio basterà dir questo, che se vna palla di piombo v. g. si procuri lasciar cader dal medemo luogo della sommità della Torre, e questo si facci con quanti si voglia regoli, forami fermi, e qualsiuoglia altre cose che proibiscono il vacillar delle mani, non succederà mai che la palla la seconda volta caschi nel medemo luogo di prima, ma ora più inanzi, ora più in dietro, ora alla destra, & ora alla finistra; ebbi occasione di chiarirmi di questa difficultà quando per altro fine feci vna piramide di stagno ben contornata, e lustrata, la qual era forata nel centro della sua base, e sospesa dal suo vertice con vn sottil filo dall' altezza di tre piedi doueua lasciarsi cadere sopra il pauimento nel qual vi era saldato vn ago eretto perpendicolarmente all' Orizonte, e mentre che il pendolo pendea quietamente, e l' ago corrispondeua al forame inferior del cono di stagno si accomodò vn regolo di legno inchiodato all' orlo d'vn tauolino per saper il luogo preciso doue passaua il filo; il qual poi doueua additare, e dissegnarsi il sito doue doueua adattarsi il vertice di detto cono, accioche caden-

dendo douesse andare ad infilzarsi nell' ago sottoposto; preparate queste cose mi prouai io, e molti amici presenti à lasciar cader il detto cono, e non ci potè riuscir per vna mattina intiera à far sì che s' infilzasse nel detto ago, ma sempre declinaua ora verso vna parte, ora verso vn' altra, e questo successe non solo quando con le dita si teneua il detto cono, ma quando anco si lasciò passare per vn foro intagliato nella detta tauoletta superiore, & il medemo successe quando legato il filo col cono nella suprema tauoletta parendoci, che egli stesse quieto, e non dondolasse punto, allora gentilmente con le forbicine si troncaua il filo, ne doppo tante diligenze, e pazienza fù possibile già mai far cader il cono in quel sito doue precisamente la tensione, e direzzione sua perpendicolare lo doueua condurre; da questo conchiusi, che ò quell' innoseruabil tremore, e agitazione che produce nella mano il semplice batter dell' arterie delle dita, ò per non potersi mai assicurare che nel medemo instante le dita, che stringono vn corpo possino dilattarsi, si che il contatto posteriore d' un dito non cagioni qualche spinta, e similmente il taglio delle forbicine potendo incontrar da una parte il filo e scuoterlo qualche poco prima, che l' opposto taglio concorra à troncarlo, è certo che per qualcheduna di queste, ò somiglianti cagioni può darsi una scossa al detto corpo cadente in maniera che ora uenga spinto uerso l' una, ora uerso l' altra parte. E anco certo che queste minime deuiazioni fatte sul principio diuerebbero molto e molto osseruabili, e grandi quando la caduta fosse da luogo più alto, e solleuato, si che dalla cima della Torre di 240 piedi partendosi una palla con una minima & insensibil agitazione laterale, che è ineuitabile è pur forza che in tanto uiaggio accrescendosi, diuenga in fine molto notabile la digression dal segno, ond' ella direttamente doueua

cadere

cadere; non parlo d'altri accidentali agitazioni, che può produr l'aria la qual non mai si troua affatto tranquilla, e se questo è uero, come è uerissimo, parmi di poter concludere che quando anche ui fosse qualche deuiazione nella caduta del graue nella supposizione della Torre ò della Naue mossa, che in ogni modo ella non potrebbe esser osseruabile, perche quella, che era meno d'un dito secondo il composto fatto sarebbe occultata dalle maggiori deuiazioni accidentali dette di sopra.

Ora benche queste cose mi paressero atte à scusar la detta deuiazione, tuttauia com' io accennai mi rimaneua qualche scrupolo, che però auendoui pensato attentamente, mi parue, che ragioneuolmente si poteua dubitar della conclusione cauata da me, ma non del supposto principio, cioè non parendomi di poter dubitare che l'impeto trasuersale, col quale si parte la pietra dalla cima della Torre, si mantenga sempre del medemo uigore, in ogni modo quanto più s'auicina al centro da una nuoua cagione non auertita prima da me, nè da altri può risultarne una diminuzione d'impeto trasuersale quanto apunto ui bisogna per far sì che la palla non abbandoni il semidiametro nel quale cominciò à mouersi.

Ma prima è necessario ricordar quella natural proprietà del moto circolare, il quale hà facultà d'estrudere, & allontanare i mobili dalla circonferenza, nella quale prima si moueuano per una linea retta tangente il cerchio nel punto della separazione, qualunque uolta accada, che il mobile si spicchi dalla detta circonferenza, così uediamo un sasso portato dalla uertigine d'una ruota, qualunque uolta si stacchi da quella, quel precedente impeto circolare degenerare in rettilineo senza però punto declinare, cioè senza far niun angolo con la circonferenza precedente, nella quale

prima

prima si moueua, ora essendo questo riceuuto communemente come cosa certa, & euidente, quand' io considero la cima della Torre ò Albero di Naue A girare intorno al cētro della Terra C col semidiametro C A per la circonferenza del cerchio massimo D A, io comprendo, che il sasso, ò palla collocata nella cima A, anch' egli in virtù della vertigine circolare D A possiede il medemo impeto, e velocità che aueua la cima della Torre A, & accadendo, che la detta palla si spicchi dalle dita di chi la sosteneua in tal sito; cioè essendo abbandonata in vn mezo fluido par necessario, che tal palla debba continuare l' impeto acquistato per la vertigine D A, non più per la circonferenza del cerchio A B, mà per la retta linea A H tangente il cerchio nel punto A, e questo si farà manifesto così. Finghiamo, che la palla A sia priua di grauità, cioè nō abbia punto di propēsione d'auuicinarsi al centro della terra C, allora non mi posso io dare ad intendere, che abbandonandosi la palla da colui, che la riteneua nella circonferenza del cerchio in A non abbia ad esser estrusa dall' impeto circolare D A per la tangente A H, e perche quando vn medesimo mobile viene spinto da due diuer-

 se vir-

tù motiue, ciaſcheduna di loro fà il ſuo vfficio ſenza impedir l'operazion dell'altra, e queſto ſuccede non ſolo quādo ambedue ſpingono il medeſimo mobile verſo la medema parte, mà anche quando ſi muouono verſo termini contrarij, e quando ſi muouon per direzzioni inclinate frà di loro, com' io dichiarai nel mio libro della forza della percoſſa, così la palla ſi parte dalla cima della Torre, ò Albero A con due impeti diuerſi dependenti da due diuerſe virtù motiue, vna ſi è la traſuerſale dependente dalla vertigine precedente D A, la quale di ſua natura nel punto della ſeparazione del ſaſſo dalla Torre deue continuare il ſuo moto per la retta tangente A H, l' altro è l' impeto deſcenſiuo verſo il centro della terra C dependente dalla natural grauità di detta palla, e ciaſcheduna delle dette virtù motiue, e impeti è neceſſario che produca il ſuo natural effetto ſenza impedir l' vna a l' altra, e però conchiudo, che non doueuo io ſupporre, che la palla ſpiccata dalla cima della Torre A doueſſe continuar la direzion del ſuo moto per la circonferenza del cerchio A B, o per altre a lei concentriche, mà ſolamente per la retta tangente AH, e per altre linee à lei parallele, & in queſte douer veramente mouerſi la palla di moto equabile, cioè trapaſſar ſpazzi eguali in tempi eguali, e però ſegando le parti A E, E F, F G, G H eguali frà di loro in maniera che ciaſcheduno dei detti ſpazzi ſia traſcorſo in 1'' d' ora, e da i detti punti tirate le ſeganti fino al centro, le quali taglino la circonferenza del cerchio A B ne i punti I, K, L, B, e poi ſegata la retta E M di 15 piedi romani di quelli che il ſemidiametro terreſtre inſieme con l' altezza della Torre ò Albero di naue, ſia piedi 23367708, e poi la F N ſia 60 piedi, e la G O 135 & H P 240, che è l altezza di tutta la Torre, o Albero di naue, dico che il vero moto della palla compoſta dal traſuerſale, e dal

dal descensiuo si farà per vna curua tirata per i punti A, M, N, O, P, e così in qualunque luogo la palla cadente anderà radendo il medemo semidiametro trasportato, e per consequenza la medema linea dissegnata nella faccia della Torre; perche nel medemo tempo d' 1'' che l' impeto trasuersale spingne la palla per la tangente A E, l' impeto della grauità la trasporta per la segante E C da E ad M, e constituisce tal segante E C con la tangente E A vn angulo acuto per esser l'angolo E A C retto nel medemo triangolo. Adūque se dal punto M tirarò due perpendicolari cioè M R sopra A E & M S sopra A C verrà ad esser il moto E M obliquo sopra il piano imaginario M R, e però E M sarà composto di due moti per E R, & per R M à quali sarà eguale in potenza; adunque il moto orizontale per la A E verrà scemato per il ritiramēto E R, e però ne risulterà il moto trasuersale A R ò pure S M, & il descensiuo sarà misurato da R M. Nel medemo modo nel fine del seguente 1'' d' ora il ritiramento sarà F T e la scesa T N, mà non precisamente proportionale à i precedenti, perche l' angolo A T C è più acuto che l' angolo A E C, e lo stesso si deue dire ne gl altri luoghi e tempi seguenti, e perche nel tempo di 4'' d' ora la vertigine che si suppone nel semidiametro A C non trapassa nel cerchio massimo più che vn' arco d' vn minuto primo, e nella quarta parte di detti tempi scorre solamente archi di 15'' & in questi per la lor piccolezza per esser vicinissimi al contatto A non diferiscono le tangenti da i loro archi in quanto al senso. Adunque potremo dire senza error sensibile che nella medema secante E C sia collocata la palla, & la direzion della Torre, ò Albero di naue, e così in tutte l'altri secanti, F C, G C, H C; adunque in tutto il transito per la curua A P sempre la palla cadente si trouerà collocata rasente la medema Torre, ò Albero di naue per la medema

ma linea retta perpendicolare all'orizonte; In oltre perche le ſecanti in vn'arco che non ecceda vn 1' non ſuperano il ſemidiametro C A d'vn eccesſo notabile moſtrarò, appresſo poterſi prender la E M come eguale alla I M, e però nel primo tempo d'1'' d'ora auerà traſcorſo la palla lo ſpazio I M dalla cima della Torre di 15 piedi, e ſimilmente alla fine del ſusſeguente 1'' d'ora auerà traſcorſo deſcendendo la palla dalla cima della Torre K lo ſpazio K N di 60 piedi preciſamente eguale ad F N, e così diremo de gl'altri ſeguenti ſpazzi, & in queſta maniera ſi verifica che ſuppoſta la vertigine del ſemidiametro A C la palla cadente da A non mai ſi ſcoſta dal medemo ſemidiametro, e ciò ſi deduce da due ſuppoſizioni nõ arbitrarie, quali ſono quelle che vſano prẽder i Geometri, ma asſai conformi alle leggi della natura, perche è coſa naturale, come ſi è detto, che la vertigine circolare conferiſca ad vn mobile dopo che ſi è ſtaccato dalla circõferenza vna direzzione rettilinea per la tangente, come ſi è detto, e di più è asſai cõforme alla cõſuetudine della natura, che vn grado di velocità acquiſtato per il moto precedente nõ posſa cõtinuarſi cõ altro progresſo che vniformemente veloce, & equabile; cioè che in tẽpi eguali traſcorra ſpazzi eguali in qualũque luogo egli ſi troui nõ incõtrando niuna cauſa, che lo ritardi ò impediſca il ſuo moto.

Non niego però, che ſe la caduta di tal palla ſi continuasſe fino al centro della terra C, che allora la palla cadente ſi allontanarebbe per grand' interuallo dalla faccia della Torre, o dal ſemidiametro, col quale cominciò à mouerſi, nè le cadute continuarebbero ad auer la medema proporzione duplicata da i tempi de' loro tranſiti, ma nel noſtro caſo tali inegualità per la loro impercettibile diminuzione vengono ad esſer inosſeruabili al ſenſo, come ſe elle non vi fosſero, perche le noſtre Torri, e Alberi di Naue per altre, che

ſiano

ſiano, non poſſon paſſar la lunghezza di 240 piedi, la quale ſceſa finalmente non ricerca maggior tempo che 4'' d'ora, & in queſto tempo non ſi traſcorre dal ſemidiametro A C per l'ipoteſi più che 1'' nel cerchio maſſimo, e perche queſto e le ſue parti ſono viciniſſime al contatto, nõ manifeſtano quelle inegualità che in rigore Geometrico vi ſono per eſſer troppo piccole, il che ſi farà paleſe così. Conſidero il triangolo H A X, perche l'arco A B è d'vn minuto primo, ſarà l'angolo A H X gradi 89. 59' prendo dalle tauole trigonometriche il ſeno retto di tal'angolo 99999996. di quelle parti, delle quali il ſeno tutto è 100000000, e ſuppoſto, che la retta tangente A H ſia 6797 piedi romani & $\frac{1}{3}$, verrà la retta A X ad eſſere 6797 piedi $\frac{333}{1000}$, e perche l'arco A B è maggiore del ſuo ſeno retto A X però l'eceſſo della tangente A H ſopra il ſuo arco A B d'vn minuto primo ſarà meno d'$\frac{1}{5000}$ di piede, e però meno d'$\frac{1}{250}$ d'vn'oncia di piede, cioè ſarà minore della groſſezza d'vn foglio di carta, differenza aſſolutamente impercettibile, e queſto ſarà il diſcoſtamento della linea della ſceſa della palla dalla faccia della Torre B P: è dunque manifeſto che in tutto l'arco A B d'1' non ſi potrà diſcernere diſcoſtamento veruno della palla cadente dalla faccia della Torre 1 ò dalla linea perpendicolare all'Orizonte in eſſa diſſegnata, è anco manifeſto che gl'archi A I, I K, K L & L B benche ſecondo il rigor Geometrico vadano ſcemando, tutta via queſte minime, e ſottiliſſime diminuzioni ſaranno aſſolutamente inoſſeruabili.

Reſta ſolo da conſiderare la vera quantità de gli eceſſi delle ſeganti ſopra il ſemidiametro quali ſono E I, F K, G L, & H B, e baſterà computar la differenza H B maggior di tutte le precedenti, perche l'angolo A C B ſi ſuppone eſſer d'1 minuto primo ſarà il quadrato del ſeno tutto A C eguale al rettan-

rettangolo sotto il seno di gradi 89, 59l che è seno secondo dall'angolo A C B, e sotto la sua segante C H & è tal seno secondo 99999996 di quelle parti delle quali il seno tutto è 100000000; adunque diuiso il quadrato del seno tutto per il sopradetto seno ne verà 100000004 segante dell' arco d' vn minuto primo, e però l' eccesso H B sarà quattro parti solamente di quelle, che il seno tutto è 100000000 e perche la A C composta del semidiametro terrestre, e dell' altezza della Torre è 23367708 piedi romani: adunque l' eccesso H B sarà $\frac{11}{12}$ d' vn piede, gl' altri eccessi poi G L, K F, & E I, non hà dubbio che vanno sempre più, e più scemando in maniera che E I viene ad esser affatto inosseruabile, si che secondo questo computo l'altezza della Torre P B verebbe ad esser 239 piedi & vn oncia, mà ella fù misurata diligentemente, e si trouò 240 piedi, adunque altri potrebbe sospettare che il detto eccesso HB di 11 oncie di piede non è cosa che si possi mandare à monte, come piccola, & inoseruabile: tutto questo concedo liberamente, ma dico che la cagione che deue occultare il sopradetto suario depende non dall' auer errato nelle misure dell altezza della Torre, ma nelle misure de i tempi, ne i quali la palla cadente misurò le dette altezze, il che se io non m'inganno, si può euidentemente prouare in questa maniera. Supposto che la palla cadente dalla cima della Torre faccia il transito B P di 240 piedi in 4'' d ora, dimando quanto tempo auerà bisogno per scorrere piedi 239 & vn oncia. Egli è certo, che non hà bisogno tempo maggiore di 3''. 59''', e 32''''. $\frac{2}{1}$ d'ora, perche li spazzi passati da graui cadenti anno frà loro duplicata proporzione de'tẽpi de'detti trãsiti, si che la differenza di 11 oncie hà bisogno d' vn tempo affatto impercettibile per trapassarsi, cioè di 27'''' $\frac{1}{2}$ d'ora; supposto questo qual' Vomo potrà in vn pendolo tanto piccolo osseruare, &

assi-

assicurarsi di non auer errato nella misura di vn tempo tanto impercettibile? sanno benissimo coloro che sono essercitati in così fatte misure di tempo quanto è facile l'errare d'alcuni minuti terzi, non dico di minuti quarti, a i quali ne anco l'imaginazione arriua, e poiche questa difficultà nella misura del tempo è ineuitabile, bisognerà confessare, che in tutte le cadute I M, K N, L O, B P si è commesso qualche minimo errore nelle misure de' Tempi, ne i quali benissimo poteuano trapassarsi gl'eccessi di dette seganti i quali come si è detto in tempi assolutamente impercettibili deuono trapassarsi. Adunque, douendo stare al giudizio de' nostri sensi, è forza confessare, che in questa mia ipotesi, doue il moto trasuersale equabile si fà per la tangente del cerchio A H, e le cadute si fanno per le seganti in vn arco così piccolo d'vn minuto primo, si può benissimo saluare la via obliqua della palla cadente A P con tutte quelle circonstanze, che l'esperienza dimostra, cioè che la palla cadente sempre andrà radendo la faccia della Torre, & in essa misurerà le cadute in duplicata proporzione di quella de i tempi.

Questo concetto come più ragioneuole che è fundato non sopra principij arbitrarij, ma veri, e reali, hò voluto communicare à V. S. Illustrissima per sentirne il suo giudizio, sperando che il P. Angeli ingegno veramente mirabile come l'ano mostrato le sottilissime sue composizioni Geometriche, quando auerà considerata questa mia scrittura attentamente, non debba affatto sprezzarla. E quì per non tediar più lungamente V.S. Illustrissima finisco con riuerirla come deuo.

Messina 29 Nouembre 1667.

All'

All' Illustriss. e Dottissimo Signor

MICHEL ANGELO RICCI,

GIO: ALFONSO BORELLI

Messinese Matematico nello Studio di Pisa.

MI è capitata finalmente la risposta fatta sotto nome di Michel Manfredi alle difficultà del P. Stefano degli Angeli publicata contro l' argomento del P. Riccioli; nella quale trouo che dalla facciata 70, fino alla 79. procura di difender il P. Riccioli suo maestro cõtra le oppositioni fattegli da me nella faccia 111 del mio libro della Forza della Percossa, e benche l' artificio col qual procede il Sig. Manfredi in questa sua risposta sia tale che potrà chiunque leggerà il mio libro riconoscerlo, tutta via mi piace di palesarlo acciò, che i Lettori indifferenti possano liberamente farne giudizio.

Siamo in vna controuersia meramente naturale, se la caduta perpendicolar all' orizonte d' vn sasso, trapassando spazzi in duplicata proporzione di quella dei tempi, e per conseguenza producendo le percosse sopra il piano orizõtale proporzionali alle sue velocità se questo sia segno necessario che la Torre col suolo sia priuo della vertigine circolare: e perche il P. Riccioli asserisce da tal esperienza conuincersi con dimostrazione, & euidenza fisico-matematica non vi esser tal moto circolare; io dubitando non della conclusione, ma della forza, & energia del suo argomento, cercai alla faccia 111 del mio libro della Forza della percossa di manifestare, che non solo all' argomento del P.Ric-

cioli

cioli non conuenga il nome di demostrazione, & euidenza fisico-matematica, ma che era assolutamente paragolismo, assumendo per vera vna proposizione, la qual'io hò dimostrato esser falsa, & è, che la validità, ò energia della percossa d'vn corpo graue debba sempremai misurarsi dal grado dell'impeto reale, e fisico, col quale il detto graue viene ad incontrare il corpo, che riceue la percossa, e questo l'afferma il detto P. vniuersalmente senza niuna eccezione, come si vede nel suo Almagesto nuouo, nella sua Astronomia riformata, & in questa risposta del Manfredi.

Io per il contrario dimostrai nel mio libro della percossa, che il medesimo corpo mosso con vn medemo grado di velocità può produrre percosse inegualissime frà di loro, e tal volta di niun vigore, e questo per due cagioni; prima per il sito diretto ò obliquo, col qual vien riceuuta la percossa; poi per il moto del medesimo corpo, il qual deue esser vrtato; e dimostrai che la forza della percossa fatta perpendicolarmente sopra il piano soggetto, stabile, e fermo deue esser misurata dal semplice grado di velocità, col quale il percuziente si muoue, e quando la direzion del moto è parallela al piano soggetto, allora non si farà percossa veruna; ma nell' incidenza obliqua la validità della percossa verrà misurata non dall' impeto assoluto, e reale del mobile (il quale supponghiamo addittarsi dalla linea stessa del suo moto) ma da vn impeto molto minore misurato dalla sublimità della caduta, ò pur dal seno dell' angolo dell' incidenza.

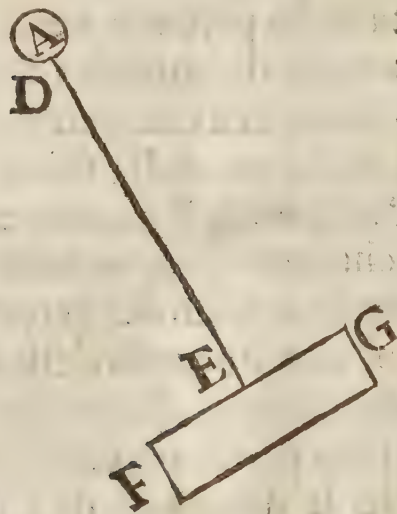
Circa l'altro capo dimostrai, che non deue misurarsi la forza della percossa dall'impeto reale, e fisico del percuziẽte, ma dalla velocità relatiua, cioè con l' eccesso della sua velocità sopra quella, con la quale il corpo, che patisce la percossa, si muoue verso le medesime parti, e questo poi è soggetto à molte varietà secondo le direzioni de i moti

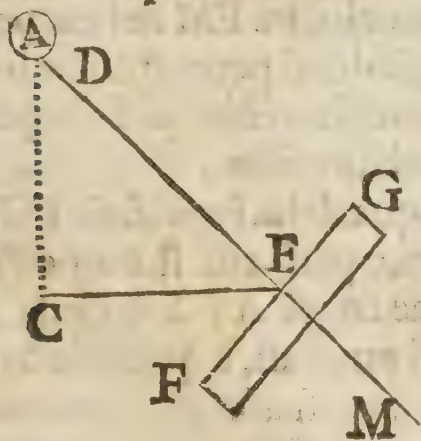
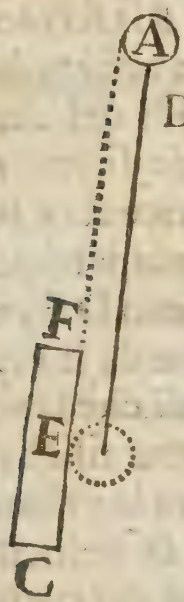
D d' am-

d'ambedue i corpi, percutiente, e percosso.

Di tutte queste cose, come io dissi, il P. Riccioli, e poi il Manfredi non ne fecer caso veruno, ma stettero sempre saldi, che la forza, e validità della percossa anco obliqua è fatta sopra il pauimento non stabile, ma mosso verso le medesime parti, che debba misurarsi dall' impeto reale, e fisico del corpo percuziente: e poi accanto accanto fà il Manfredi menzione della varietà delle percosse per l' incidenze oblique; & anco confessa, che non dal moto reale, e fisico del percuziente, ma dal moto respettiuo, cioè di quello, col quale la velocità del percuziente supera quella del percosso debba misurarsi la validità della percossa. E quì non veggo modo di poter scusar il Manfredi, perche se queste cose le sapeuano, come non ne fecero mai menzione? e se l' anno apprese ora da me, perche non farne capitale, e seruirsene bene per non metter me in necessità di rispondere, e mostrare, che egli non le hà interamente capite? e liberar sè dalla necessità di far ricorso à quelle formalità scolastiche, deludendo la forza delle mie dimostrazioni mecaniche.

Car. 77.78.

Car. 74.

Ora io per non replicar le cose scritte nel mio libro mi contentarò d accomodarmi al genio del Manfredi, il qual si pregia di filosofar solamente con l'esperienze, e non con i capricci de i Matematici, sia com' egli vuole, e vediamo in questa figura per chiarezza maggiore quando il corpo A si muoue con un determinato grado di uelocità per la direzione D E, e misurato dalla me-

medema retta ſinea D E, e poi ui ſia un corpo duro qual è FG, il qual riceua la percoſſa in E; non hà dubbio, che ſi può ſupporre il corpo F G ſtabile, e fermo, che riceua l'urto del corpo A nel medemo ſito dello ſpazio mondano, & allora ſi può la ſuperficie F G in diuerſe maniere riuolgere, e ſituare, ò perpendicolarmente alla linea D E, ò parallela alla medeſima, ò pur inclinata. Nel primo caſo dell'incidenza perpendicolare l'eſperienza moſtra, che la percoſſa, il ſuono, la rottura, ò altro effetto che produca il corpo A è il maſſimo, che dal ſuo grado di uelocità poſſa cagionarſi, per il contrario quando la linea del moto D E è parallela alla ſuperficie F G del corpo ſoggetto, allora ſi uede, che lo ſteſſo grado di uelocità D E non produce percoſſa ueruna, ma nell' incidenza obliqua, quando la linea del moto D E fà angolo con la ſuperficie C E del medemo corpo ſoggetto, allora ſi eſperimenta la percoſſa minor della maſſima, e uien ad eſſer la D C perpendicolare al piano C E miſura della percoſſa obliqua, in maniera che ſe la DE foſſe doppia della D C il medeſimo corpo A con lo ſteſſo grado di uelocità D E ſarebbe la percoſſa obliqua nella ſuperficie C E più debole la metà, che non ſarebbe la percoſſa perpendicolare nella ſuperficie F G; e queſta è vna di quelle coſe che il Manfredi non ſapeua, perche egli, & il ſuo maeſtro ſtettero ſempre ſaldi dicendo, che le validità delle percoſſe deuon eſſer proporzionali

nali a gl'impeti reali, e fisici del percutiente; & vltimamente afferma che le percosse fatte dal medemo graue con la stessa velocità, con diuerse inclinazioni farebbero le percosse proporzionali agl'angoli delle dette inclinazioni, cosa falsissima, come hò dimostrato, e come egli se ne potrà chiarire con l'esperienza adoperando angoli non acutissimi, mà di molti gradi.

Facciamo ora che il corpo soggetto F G non stia fermo, e non aspetti nel medemo sito dell' vniuerso la venuta del corpo A; e quì parimente il medemo impeto D E del corpo A farà percosse inegualissime secondo le varie direzioni del moto del corpo F G, e di più secondo, che riceuerà le percosse perpendicolari, ò oblique. E così se la superficie F G fosse perpendicolare alla direzione del moto D E, e fuggisse il corpo scorrendo per la stessa direzione da E verso M, trouerà con l'esperienza il Signor Manfredi, che la validità della percossa sarà misurata non dall' impeto fisico, e reale D E, ma dall'eccesso dell' impeto D E sopra la velocità della fuga per E M del corpo F G. E così se la velocità D E del corpo A fosse eguale della velocità E M del corpo F G, allora non trouarà sua Signoria nè percossa, nè suono, nè rottura, nè ammaccamento veruno, ma se la velocità D E del percuziente sarà doppia della velocità EM del corpo percosso, allora la validità, ò energia di tal percossa sarebbe precisamente la metà di quella che si farebbe nel corpo F G, quand' egli fosse assolutamente immobile.

Passiamo ora alla situazione obliqua della superficie FG, e facciamola mobile verso le medeme parti con il corpo A in maniera, che partendosi ambedue corpi A, & F G da i punti D, & C arriuino ambedue nel punto E, e quiui il corpo A vrti l'altro F G nel punto E si è persuaso vltimamente il Manfredi che la validità della percossa per la via obli-

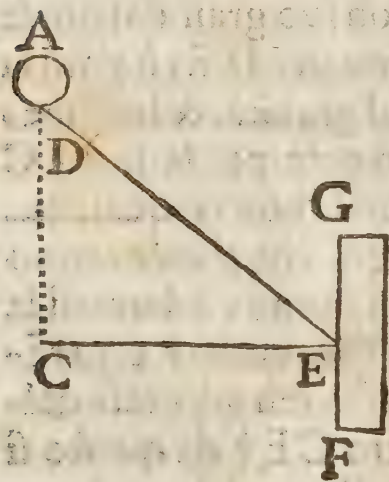
Car. 74.

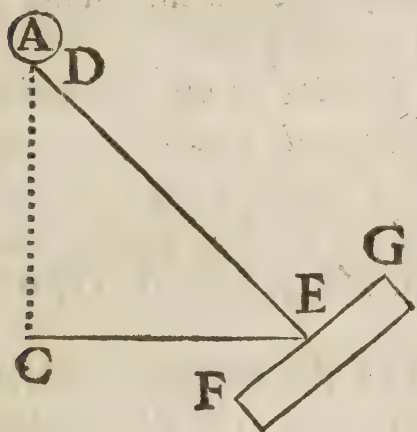
qua

qua D E debba esser misurata non dall' impeto reale, e fisico D E, ma dall'eccesso della velocità D E sopra la velocità C E. E quì per far palese che il Manfredi non l' hà capito bene, gli farò toccar con mano per via delle esperienze, già che egli non si cura delle dimostrazioni che egli erra altamente: e prima supponghiamo che le due velocità D E, & C E siano eguali frà di loro, cioè, che i detti spazzi siano eguali, e trapassati anco in tempi eguali, quì secondo la dottrina del Manfredi, il corpo F G non riceuerebbe percossa veruna, e non si farebbe suono, ne rottura, ò ammaccamento, perche la velocità D E del percuziente è precisamente eguale alla velocità C E del corpo F G, e pur questo è euidentemente falso, & egli stesso con suo gran danno se ne accorgerà, se egli spignerà vna saetta per D E, ò pure la lascerà cadere spinta dalla sua natural grauità, & insieme mouerà la palma della mano obliquamente per la linea C E con velocità pari, ò maggiore di quella con la quale la saetta scorre per la linea D E in maniera che s' incontrino nel punto E, e se allora vedrà prodursi suono, e bucarsi la mano negherà egli che non vi sia percossa veruna? e persisterà à dire, che la validità della percossa vien misurata dall'eccesso dell'impeto D E sopra l' impeto C E? da questo si dourebbe persuader il Manfredi che egli non hà perfettamente capito questo negotio per non auer fatto capitale della mia proposizione; cioè che l'energia della percossa

non

non si hà generalmente à misurare dall' impeto reale del percuziente A, nè meno in tutti i casi dall' impeto relatiuo cioè dall' eccesso dell' vno sopra dell' altro, ma dal grado della resistenza col quale il corpo F G impedisce, e raffrena l' impeto del percutiente A, e perche in questo caso il corpo F G benche egli si muoua per la linea C E con velocità eguale ò maggiore della velocità D E, tuttauia impedisce il progreso,& il transito del corpo A per la linea D E, e l'impeto impedito necessariamente opera percotendo, e producendo suono, adunque è necessario che egli produca percosa,il grado della quale precisamente sarebbe misurato dalla sublimità D H, cioè da un impeto dello steso corpo A che scorrese lo spazzio D H, e percotese in H perpendicolarmente nello steso tempo, che egli trapasa lo spazio D E nell' incidenza obliqua, ancorche il corpo soggetto si mouese orizontalmente con qualunque uelocità, e così si chiarirebbe il Manfredi quanto questa esperienza si confronti con le mie dimostrazioni.

Oltr' à ciò riuolti la superficie F G del corpo che deue riceuer la percosa in maniera che sia perpendicolare al piano soggetto C E, e poi mouansi d' accordo il corpo A da D, & il corpo F G dal termine C della perpendicolare D C sopra C E, e nel medemo tempo questo trapassi la base C E, e quello l' ipotenusa D E del triangolo rettangolo D C E, allora incontrando il corpo A, il piano F G trasferito in E secondo il Mãfredi douerebbe farui una percosa misurata dall' ecceso della velocità D E sopra l' impeto C E, e così se la D E fose dop-

Car. 74.

ſe doppia di C E, la percoſſa, & il ſuono verrebbe ad eſſer la metà di quello che farebbe il medemo A ſopra la ſuperficie F G quando ella riceueſſe il colpo perpendicolarmente, & immobilmente in tal ſito, e pure ſappia il Signor Manfredi che non vi farà percoſſa veruna, e così trouerà con l'eſperienza. Se poi il piano che deue riceuer la percoſſa trasferito da C in E riceuerà perpendicolarmente l' vrto per la D E, allora parimente la validità della percoſſa non ſarà miſurata dall' eccesſo dell' impeto D E ſopra C E, ma dalla terza proporzionale delle due D E, & D C la qual ſempremai ſarà maggiore della differenza delle ſudette velocità; per eſſempio ſe l' impeto D E foſſo doppio della velocità D C allora la percoſſa fatta perpendicolarmente in F G ſarebbe la quarta parte di quella che farebbe il medeſimo corpo A con la velocità D E ſopra il corpo F G quand' egli immobilmente, perpendicolarmente riceueſſe la percoſſa.

Or' eſſendo tutte queſte coſe certe, & euidenti per l' eſperienza, e per le dimoſtrazioni venghiamo à conſiderar i mendicati rifugi del Manfredi per mantener in piedi la ſua dimoſtrazione, & euidenza fiſicomatematica.

Suppoſto che il moto obliquo reſultante dalla vertigine equabile della torre, e della ſceſa del ſaſſo con moto vniformemente accelerato, ſia in quanto al ſenſo vniformemente veloce, dice il Manfredi col ſuo maeſtro che tal impeto obliquo del ſaſſo cadente in niuna maniera potrebbe produr le percoſſe ſopra i piani orizontali d' inegual forza, e validità corriſpondenti à quelle che farebbe il medeſimo ſaſſo

Car. 82.83.

quando

quando discendesse per la semplice linea perpendicolare all'orizonte, essendo la torre, e'l suolo stabile, ma sarebbe necessario che le percosse oblique nei primi quattro secondi d'ora non fossero differenti frà di loro, ma vniformi, e di egual energia, e soggiugne questo auer euidenza parte fisica, parte matematica. L'euidenza matematica si riduce al-l'operazion dei triangoli in virtù dei quali si mostra che ueramente il uiaggio obliquo è prossimamente uniforme & equabile, il che non gli è stato già mai negato.

Car. 83.84.

L'euidenza fisica dice lui *esser fondata in vn induzzione vniuersale di tutti i moti de i corpi dalla quale si hà che mai cresce l'atto secondo dell'impeto nella percossa d'vn altro corpo che parimente non cresca attualmente la velocità del moto col quale si viene al contatto*; e questa è tutta la sua euidenza, e tutto lo sforzo della sua dimostrazione.

Car. 84.

A questo io replicai alla faccia 113 del mio libro della percossa che il P. Riccioli assume una cosa falsa per euidente, cioè che le ualidità delle percosse debban misurarsi dagli impeti fisici, e reali obliqui sopra i piani orizontali, e di più dichiarai in qual caso l'energia della percossa deue esser misurata dall'impeto fisico obliquo all'orizonte, e gli dimostrai che questo solamente si può uerificare allora che il piano che riceue la percossa non uà in uolta, ma è stabile, cioè aspetta la uenuta obliquamente del sasso nel medemo sito dello spazio mondano; ne questo basta, ma si ricerca oltre à ciò che il detto piano che riceue l'urto, sia perpendicolare alla linea del moto obliquo di detto sasso, & allora sarà uero che le misure delle percosse ueranno misurate dagl'impeti fisici, e reali di detto sasso, e però le percosse uerrebbero ad esser quasi uniformi frà di loro; ma noi non siamo in questo caso, poiche il piano soggetto orizontale riceue le percosse oblique, e di più non è stabile come il

Padre

Padre suppone, ma scorre à trauerso uerso le medesime parti uerso le quali scorre il sasso obliquamente, e perche in tal caso dimostrai io nelle proposizioni 44, 45, 55, e 57, che la validità delle percosse debbono misurarsi, non dall' impeto fisico, e reale obliquo, ma da vn'altro assai minore qual è quello che sarebbe nella semplice caduta. Questo stesso poi io l'accennai di sopra che se ne poteua il Manfredi chiarir con l'esperienza, la quale da per se stessa è bastante à conuincer la falsità dell' asserzione del P. Riccioli; ne perchè il Manfredi si faccia da se medemo ombra ne abbi voluto veder ò pur almeno nominar le mie dimostrazioni, non potrà però negar quel che si vede, e si tocca con mano, cioè che la percossa per la linea D E fatta dal corpo A con la stessa velocità D E nel piano F G perpendicolare fà la massima percossa misurata dalla linea ò dall' impeto DE, ma nell'incidenza obliqua sopra il piano CE ò stabile ò pur trasferito da C in E nel medemo tempo che riceua vna percossa assai minore di quella, e la sua misura vien ad esser precisamente la retta linea perpendicolare ò impeto D C.

Quì vien ora il Manfredi, e dice: *esser vna vana imaginazione, e finzione, che mouendosi il sasso per vna sola linea curua, & inclinata sopra l' orizonte noi finghiamo che abbia però quella forza di percuotere che auerebbe se realmente si mouesse per vna perpendicolare all' orizonte, e soggiugne, poiche quantunque questa supposizione considerata in astratto non paia à qualcheduno matematicamente, ò fisicamente impossibile à lui, però & à molt'altri di finissimo giudizio, con i quali dice auerne tenuti discorsi sembrà per lo meno fisicamente impossibile con euidenza fisica di tal impossibilità.* Car. 85.

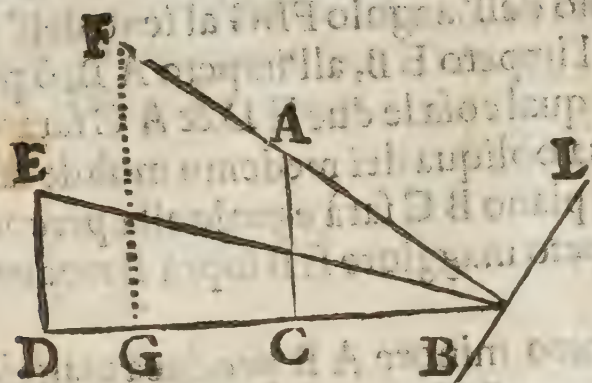
Tanto che la redarguzione che lui fà alle mie dimostrazioni, & esperienze si riduce al parer suo, e di quelli suoi amici di finissimo giudizio.

 Mà

Ma benche io creda che il parer suo, e di tanti suoi amici di finissimo giudizio sia di suprema, e veneranda autorità, tuttauia io non credo che lui pretenda d'anteporre il suo parere, e giudizio a quello della natura, e se è così vediamo ciò che la natura mostra nelle esperienze, alle quali lui, e noi dobbiamo sottoporci, e se elle veramente son contrarie al suo parere, e de suoi amici di finissimo giudizio, bisognerà pur che confessi la falsità della sua opinione, il che io non dubito che egli sarà per fare stimandolo persona sincera, & amator della verità.

Che poi l'esperienza sia contraria al suo parere già si è prouato bastantemente, ne occorre replicarlo di nuouo, e per maggiormente conuincer la falsità della sua asserzione alla faccia 84 doue dice, *che l'euidenza fisica è fondata sopra vn induzione vniuersale per tutti gli moti de i corpi siansi naturali animastici, artificiali, violenti, ò preternaturali (benche gli bastarebbero gli soli naturali de i graui descendenti) dalla quale si hà che mai cresce l'atto secondo dell'impeto nella percossa d'vn altro corpo, che parimente non cresca attualmente la velocità del moto, col quale si viene al contatto de due corpi, cioè del percussore, e del percosso, e se per qualche cagione vien impedito l'atto secondo della velocità maggiore del mobile, vien anco impedito l'atto secondo della maggior percossa.* Quì io aggiungo oltre le cose dette che questa sua asserzione è tanto falsa, che crescendo la velocità del percuziente non solamente non cresce sempre mai l'atto secondo dell'energia della percossa, che per il contrario elle saranno egualmente valide, & altre volte mentre gl'impeti del percuziente vanno crescendo le percosse uanno scemando, e languendo, e finalmente si riducono al nulla.

E prima il medemo mobile A percuota obliquamente sopra il piano C B col grado dell'impeto fisico e reale A B

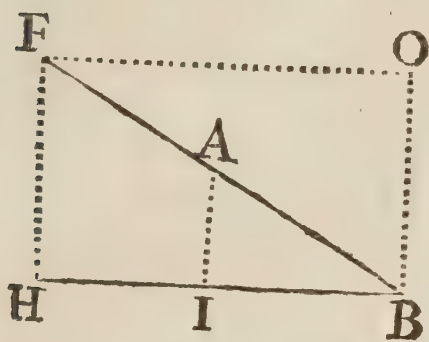
poi

poi accresciuta la uelocità del medemo mobile la qual sia F B, deuesi ritrouare un inclinazion minore sopra il medemo piano C B, con la quale ui faccia sù una percossa eguale à quella che produceua la minor uelocità A B. Facciasi come l'impeto F B all'impeto A B, così FG seno dell'angolo FBG al seno d'un'altr'angolo minore il qual sia E D, tirata prima la E B eguale all'F B, e perchè il medesimo graue spinto con due ineguali impeti F B, & A B produce le percosse fatte perpendicolarmente sù'l medesimo piano B L immobile nel punto B proporzionali alle uelocità F B, & A B, e sono tali impeti egualmente inclinati al piano soggetto B C; adunque la percossa obliqua fatta con l'impeto F B sopra il piano B C alla percossa obliqua fatta con l'impeto A B sopra il medemo piano stà come la perpendicolare FG, alla perpendicolare A C, cioè come l'impeto F B all'impeto A B (per la similitudine de i triangoli FGB, & ACB) poi perche la percossa obliqua fatta dal medesimo graue con l'impeto F B, e con la direzzione F B sopra il piano C B alla massima percossa fatta perpendicolarmēte sopra il piano stabile stà come G F ad F B, ò pure ad E B, & la percossa massima fatta dal medemo mobile con l'impeto, e direzione E B perpendicolarmēte sopra il piano stabile alla percossa che gli fà obliquamente sopra il piano C B stà come EB ad E D; adunque per l'egualità ordinata la percossa obliqua fatta con l'impeto, e direzione F B sopra il piano CB alla percossa obliqua che egli fà col medemo im-

peto EB per la direzione EB ſopra il piano CB ſtà come FG ad E D, cioè come il ſeno dell' angolo FBG al ſeno dell' angolo E B D, cioè come l'impeto E B, all'impeto A B, ò pure come FG ad AC, per la qual coſa le due E D & A C ſaranno eguali, e però la percoſsa obliqua del medemo mobile fatta cõ l'impeto AB ſopra il piano B C ſarà eguale alla percoſsa obliqua fatta con l' impeto maggiore E B ſopra il medemo piano.

Per far poi che l'impeto minore A B produca maggior percoſsa nel piano ſoggetto B C di quel che ſia per fare l'impeto maggiore EB del medemo mobile ſopra il medemo piano baſta inclinar qualche poco più la direzzione E B uerſo il medeſimo piano ſoggetto facendo in ſomma che l' impeto E B all' impeto A B abbia maggior proporzione che non hà il ſeno dell'angolo F B G al ſeno dell' angolo E B D. Il che poi ſi deduce faciliſſimamente dalla dimoſtrazion precedente, & arriuando finalmente ad addattarſi la direzzione E B ſopra il piano ſoggetto DB è manifeſto, che il medeſimo mobile ſpinto con l' impeto minore A B percuoterà il piano B C con un'energia miſurata dalla perpendicolare A C, ma poi accreſciuta la ſua uelocità quanto ſi uoglia per eſser parallela al piano ſoggetto non ui produrrà percoſsa ueruna.

E queſto ſuccede in uirtù della ſola obliquità dell' incidenza, meſcoliamoci ora il moto del piano che deue riceuer la percoſsa, ſuccederanno le medeſime coſe, e baſterà ſolamente additarne qualche caſo. Mouaſi il medeſimo corpo con due ineguali uelocità A B minore, & F B maggiore, e per la medeſima direzzione F A B, & il piano H B, obliquo ad F A B riceua ambedue le percoſse nel punto B, ma con queſta differenza che la percoſsa fatta con l' impeto A B ſia riceuuta dal piano ſtabile H B, ma la percoſsa fatta cõ

l'im-

l'impeto F B sia riceuuta dal piano H B agitato trasuersalmente con moto, equidistante à se stessa da F O ad H B con l'impeto F H nel medemo tempo, che il corpo percuziente si trasferisce da F in B, allora tirata la A I perpendicolare ad H B sarà per le cose dimostrate, & esperimentate la A I misura della percossa obliqua fatta con l'impeto A B, ma il medesimo mobile con l'impeto maggiore F B non farà niuna percossa sopra il piano H B agitato verso le medesime parti come si è detto di sopra. Così si potrebbero anco far mille strauaganze con le quali si proua esser falsissimo, che qualunque volta la velocità del percuziente cresce, debba anco crescer la validità, & energia della percossa; la onde si vede non esser fondata l'euidenza fisica del P. Riccioli sopra vn'induzzione vniuersale per tutti i moti de i corpi, e però ella sarà falsa presa in quella sua vniuersalità, anzi viene ad esser falsa precisamente in quel caso appunto che hà bisogno il P. Riccioli nella sua dimostrazione, e perche questa è la proposizion minore della sua dimostrazione, bisognerà che il Signor Manfredi confessi, che sia paralogismo, e non dimostrazione, & euidenza fisico-matematica.

Molt'altre cose vi sarebbero da considerar in questa risposta del Manfredi, ma perche elle tutte facilmente posson rifiutarsi da ciascheduno che leggerà il mio libro della Forza della percossa, però non starò ad aggiugner altro per non trascriuer buona parte del detto mio libro, ma essendo egli già diuulgato mi contento che i Lettori eruditi giudichino quel che loro parerà intorno à questa controuersia, e quì per fine la riuerisco affettuosamente.

Messina 29. Febbraro 1668.